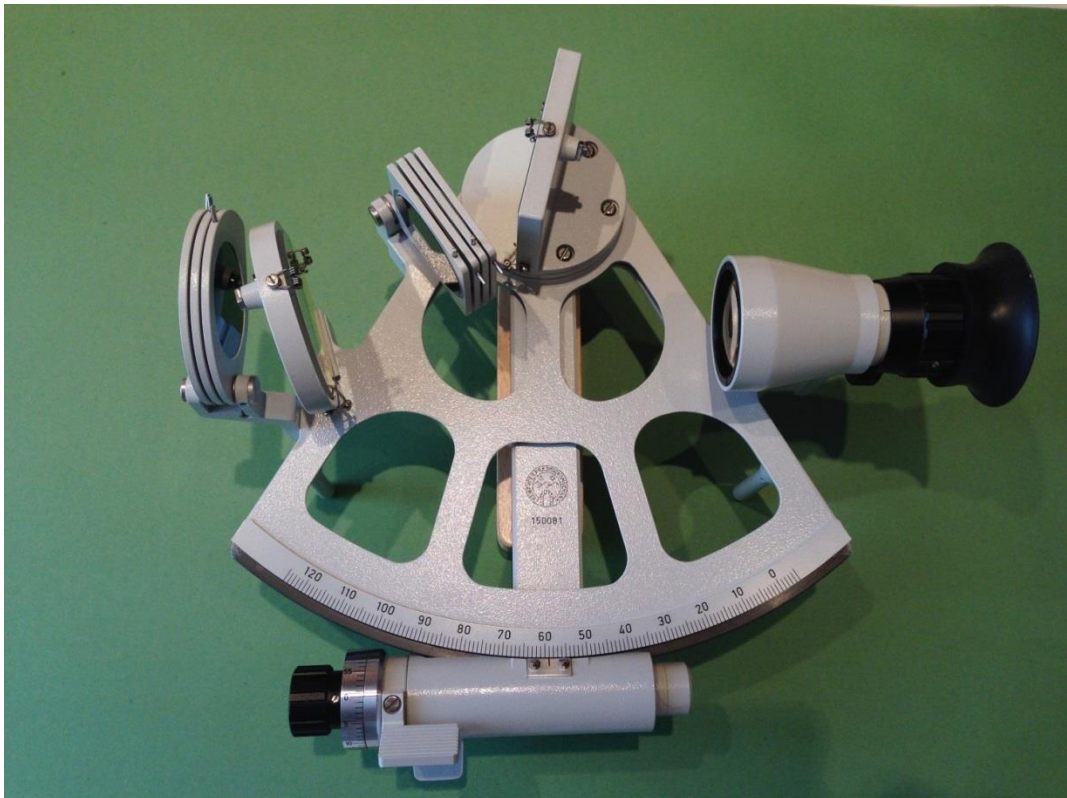


# Astronavigatie

met

## Sextant en Calculator HP-42S



## Afkortingen en symbolen

$LOP1$  = Line of position 1 - Hoogtelijn 1

$LOP2$  = Line of position 2 - Hoogtelijn 2

$COP1$  = Circle of position 1 - Hoogtecirkel 1

$COP2$  = Circle of position 2 - Hoogtecirkel 2

$H1$  = Observed altitude ( $H_o$ ) - ware hoogte in  $COP1$

$H2$  = Observed altitude ( $H_o$ ) - ware hoogte in  $COP2$

$Dec$  = Declinatie

$GHA$  = Greenwich Hour Angle

$D1$  =  $Dec$  van de zon in  $COP1$

$G1$  =  $GHA$  van de zon in  $COP1$

$D2$  =  $Dec$  van de zon in  $COP2$

$G2$  =  $GHA$  van de zon in  $COP2$

$\varphi$  = Latitude van de  $FIX$  in de berekeningen van de COP

$L$  = Longitude van de  $FIX$  in de berekeningen van de COP

$\Delta\varphi$  = Verplaatsing in breedtegraden van de waarnemer (verzeiling)

$\Delta L$  = Verplaatsing in lengtegraden van de waarnemer (verzeiling)

$lat_M$  = Gemiddelde latitude

$latx$  = Dead-reckoning of aangenomen latitude van de waarnemer

$lonx$  = Dead-reckoning of aangenomen longitude van de waarnemer

$FIX$  = Berekende positie

$laf$  =  $FIX$  latitude

$lof$  =  $FIX$  longitude

$IN1, IN2$  = Intercept van  $LOP1, LOP2$

$AZ1, AZ2$  = Azimut van  $LOP1, LOP2$

$Ha$  = Apparent altitude - schijnbare hoogte

$Dog$  = Distance over Ground van de waarnemer

$Cog$  = Course over Ground van de waarnemer

$Ie$  = Indexfout van de sextant

*Corr* = Correctie van de sextanthoogte volgens certificaat

*HoE* = Ooghoogte van de waarnemer

*Da. Mo* = Dag en Maand van de meting

*Year* = Jaar van de meting

*U.T* = Universal Time van de meting

*ALTs* = Gemeten sextanthoogte

*Limb* = Bovenrand, onderrand of middellijn van de zon

*Npos* = Noordelijk snijpunt van de hoogtecirkels

*Spos* = Zuidelijk snijpunt van de hoogtecirkels

*Tran* = Middagbreedte van de waarnemer (Transit)

## Woord Vooraf

De astronomische plaatsbepaling door de gelijktijdige meting van een aantal sterren leidt tot een vrij nauwkeurige positie, maar de oefening die nodig is om die sterren te identificeren en in de schemering hun hoogte boven de horizon te bepalen, zal veelal ontbreken. Daarom beperken we ons tot de plaatsbepaling met behulp van de zon.

Aan de hand van nautische almanakken zoals de Macmillan en de HO249-tafels kunnen we van oudsher onze positie bepalen op basis van zonshoogten.

Met de komst van de programmeerbare calculators kon het hele opzoek-, reken- en plotwerk dat erop volgt van ons worden overgenomen. *GHA* en *Dec* van de zon kunnen met een ingebouwd algoritme worden berekend, alsmede de azimut en intercept van de hoogtelijnen. Het enigszins moeizame kaartwerk wordt eveneens digitaal overgenomen met als uiteindelijk resultaat onze positie in lengte- en breedtegraden (*FIX*).

## HP-42S

De HP-42S RPN Scientific is een programmeerbare RPN calculator die in 1988 door HP werd gelanceerd. De productie ervan werd beëindigd in 1995 maar hij wordt tot op vandaag beschouwd als één van de besten die ooit werden gemaakt in termen van kwaliteit en gemak van programmering. Zijn populariteit was dermate groot dat hij op de site van [Thomas Okken](#) onder de benaming "**Free42** : An HP-42S Calculator Simulator" wordt aangeboden als freeware voor tal van operating systemen van *computers en smartphones*. De computerapplicatie van Free42 wordt als een zipbestand aangeleverd in decimale en binaire versie maar het verdient aanbeveling Free42Decimal.exe te installeren. Android en iOS applicaties zijn in decimale versie.

De Free42-app heeft het voordeel dat de programma's kunnen worden opgeslagen en ingeladen als bestanden, back-ups kunnen worden gemaakt en ingeladen in andere computers. Instructies daarvoor vindt men [hier](#). Bovendien is de rekensnelheid vele malen hoger dan bij de hardware versie van de HP-42S.

Free42 programma's worden opgeslagen met de bestandsextensie ".raw".

Bij de hierna beschreven programma's over astronavigatie worden slechts een beperkt aantal toetsen gebruikt, zodat geen grondige kennis van de calculator is vereist. Wie zich verder wil verdiepen kan [hier](#) terecht.

## Programma's

In deze tekst worden twee programma's beschreven voor Free42 en HP-42S om te navigeren op de zon bij middel van een sextant of theodoliet:

*ASTRO\_TSO.raw*: berekent de positie (*FIX*) aan de hand van de azimut-intercept methode van Marcq St. Hilaire. Deze methode, ontwikkeld in 1875, werd gaandeweg de standaard procedure voor astronomische plaatsbepaling en is gebaseerd op de keuze van een aangenomen positie (A.P), zo dicht mogelijk bij de ware positie of de gegiste positie, en de berekening van het snijpunt van twee zogenoemde *hoogtelijnen* (LOP verder in de tekst). Dit programma maakt het gebruik van kaarten en "plotting sheets" overbodig.

*ASTRA\_TSO.raw*: berekent de positie (*FIX*) aan de hand van een alternatieve methode die rechtstreeks de snijpunten berekent van twee *hoogtecirkels* (COP verder in de tekst). Voor een *stationaire waarnemer* is, in tegenstelling met de vorige methode, geen aangenomen positie (A.P) vereist zodat men zijn positie kan bepalen zonder enig idee van waar men zich bevindt. In het *geval van verzeiling* moet zoals bij het vorige programma wel de breedtegraad van de waarnemer, *latx*, gekend zijn voor de berekening van de longitudinale verplaatsing  $\Delta L$ .

Beide programma's hebben een ingebouwde almanak van de zon met een maximale afwijking van  $\pm 0.5'$  en een gemiddelde afwijking van  $\pm 0.3'$  voor *GHA* en *Dec*. Ter verificatie kunnen de almanakdata op de sites [backbearing.com](http://backbearing.com) en [siranah.de](http://siranah.de) geraadpleegd worden.

## Correcties op de gemeten sextanthoogte *ALT's*

Op de gemeten sextanthoogte worden een aantal correcties toegepast in beide programma's;

- *Instrument correctie*: indien de sextant van een certificaat voorzien is kan deze correctie (in seconden) met *Corr* in rekening worden gebracht. Zo niet is de input = 0.
- *Indexcorrectie*: is een correctie voor de indexfout *Ie* van de sextant die in principe voor elke nieuwe waarneming moet gemeten worden. *Ie* is negatief indien "off the arc" en positief "on the arc".
- *Dip*: dit is een correctie die functie is van de ooghoogte *HoE*. Bij gebruik van een artificiële horizon is *HoE* = 0.

$$Dip[^{\circ}] \approx 1.76 \cdot \sqrt{HoE[m]}$$

- *Refractie*: dit is een correctie voor de breking van het licht volgens de formule van Bennett.

$$Refractie[^{\circ}] = \frac{1}{\tan\left(Ha[^{\circ}] + \frac{7.31}{Ha[^{\circ}] + 4.4}\right)}$$

- *Parallax*: voor de parallax wordt geen correctie toegepast omdat de horizontale parallax van de zon zeer klein is (maximaal  $\pm 0.15'$ ).
- *Semi diameter (S.D)*: deze correctie wordt gemaakt indien de onder- of bovenrand (*Limb*) van de zon wordt gemeten. Tussen zomer en winter varieert de *S.D* tussen  $\pm 15.75'$  en  $16.29'$  maar in de programma's wordt  $16' = 0.2667^{\circ}$  als gemiddelde gehanteerd. Voor een grotere nauwkeurigheid moet de waarde in de programmalijn #331 in ASTRO en #287 in ASTRA worden vervangen door de werkelijke waarde (in graden!) van de [zon-almanak](#).

## Sextanthoogtes

$Ha = ALTs - Ie - Dip$  (Apparent altitude – schijnbare hoogte)

$Ho = Ha - Refractie - S.D$  (Observed altitude – ware hoogte)

$HoE = 0$  impliceert het gebruik van een artificiële horizon

Bij het gebruik van een artificiële horizon is  $Dip = 0$  en  $Ha = (ALTs - Ie)/2$

## Gebruikte formules

- Als de *Cog* en *Dog* gekend zijn dan is de verzeiling van de waarnemer in breedtegraden en lengtegraden respectievelijk:

$$\Delta\varphi[^\circ] = Dog[nm] \cdot \cos Cog / 60$$

$$\Delta L[^\circ] = \frac{Dog[nm] \cdot \sin Cog}{\cos lat_M \cdot 60}$$

waarin de gemiddelde latitude

$$lat_M = latx + \Delta\varphi/2$$

en *latx* de latitude is vóór verzeiling.

- In *ASTRO\_TSO.raw* (azimut-intercept methode) zijn de *FIX*-coördinaten

$$laf = \frac{IN2 \cdot \sin AZ1 - IN1 \cdot \sin AZ2}{\sin(AZ1 - AZ2)} + latx$$

$$lof = \frac{IN1 \cdot \cos AZ2 - IN2 \cdot \cos AZ1}{\sin(AZ1 - AZ2) \cdot \cos latx} + lonx$$

waarin *latx* en *lonx* de coördinaten zijn van de A.P na verzeiling. Deze waarden worden berekend uitgaande van de A.P vóór verzeiling, *Cog* en *Dog*.

## Format en eenheden van de input data

<i>latx, lonx</i>		+ (N en E) – (S en W)
<i>Ie</i>	x.xx [minuten]	– OFF the arc + ON the arc
<i>HoE</i>	xx.xx [meter]	Artificiële horizon HoE=0
<i>Da.Mo</i>	xx.xx [dag.maand]	Vb: 5.07 23.12
<i>U.T</i>	xx.xx xx [h.min sec]	Vb: 17.0533 6.0806
<i>latx, lonx, ALTs</i>	xxx.xx x [ddd°mm.m']	Vb: –15.416 156.093
<i>Limb</i>	Onder=-1 Center=0 Boven=1	
<i>Dog</i>	xxx.x [zeemijl]	
<i>Cog</i>	xxx.x [°]	
<i>Corr</i>	xx [seconden]	Vb: –17 12

## Programma-onderdelen

**ASTRO\_TSO.raw** : bestaat uit 3 subroutines; *LOP1*, *LOP2*, en *TRAN*

- *LOP1 (Hoogtelijn1)*: hier worden de aangenomen positie (A.P), die meestal de gegiste positie is, en de gegevens van de eerste waarneming ingebracht. De subroutine berekent de intercept *IN1* en azimut *AZ1* van de eerste hoogtelijn *LOP1* en slaat ze op in hun gelijknamige variabelen.
- *LOP2 (Hoogtelijn2)*: aan de hand van de *Dog* en *Cog* wordt de A.P na verzeiling vastgelegd. Samen met de gegevens van de tweede waarneming wordt de *IN2* en *AZ2* van de hoogtelijn *LOP2* ten opzichte van deze nieuwe A.P berekend. De coördinaten van het snijpunt van de verzeilde hoogtelijn *LOP1* en *LOP2*, zijnde de *FIX*, worden verkregen met de bovenstaande formules. Geometrisch gezien komt dit eigenlijk neer op de translatie van de eerste hoogtelijn in de richting (= *Cog*) van de nieuwe A.P over een afstand = *Dog*. De coördinaten van de *FIX* worden opgeslagen als "*laf*" en "*lof*".  
De geometrische fout die wordt gemaakt met de intercept methode door de gelijkstelling van de hoogtecirkel met een hoogtelijn geeft geen exacte positie maar eerder een verbeterde positie. Deze fout is des te groter naarmate de afstand tussen de A.P en de ware positie groot is en bij grote sextanthoogtes *ALTs* (grote kromming van de hoogtecirkel). Zij kan evenwel verkleind worden door iteratie, d.i. de gevonden *FIX* als nieuwe A.P inbrengen en de berekening herhalen met de initiële parameters (zie bijlage). Meestal volstaat 1 iteratie.
- *TRAN (Transit)*: dit onderdeel berekent de middagbreedte van onze positie. De input van de gegiste longitude *lonx* resulteert slechts in een ruwe schatting van het tijdstip van transit omdat het berekend is op basis een vast transit tijdstip van de Greenwich meridiaan t.t.z. 12h U.T. Preciezer is om uit te gaan van de werkelijke "[Greenwich meridian transit time](#)" en 4 minuten bij te tellen per graad westerlengte of 4 minuten af te trekken per graad oosterlengte.  
"South" en "North" geven de stand aan van de zon t.o.v. de waarnemer, ten zuiden of ten noorden.  
De middagbreedte wordt opgeslagen als "*laf*".

### Opmerkingen

- *LOP1* en *LOP2* moeten chronologisch worden ingevoerd.

- bij gebruik van een theodoliet zou in analogie met een artificiële horizon  $HoE=0$  moeten zijn. Om te beletten dat *Ha* gedeeld wordt door 2 stelt men  $HoE=0.0001$  en de Dip-correctie die men hierdoor toepast is te verwaarlozen.

**ASTRA\_TSO.raw** : bestaat uit 3 subroutines; *COP1*, *COP2*, en *TRAN*

- *COP1* (*Hoogtecirkel1*): *latx* is de gegiste of gekende latitude van de eerste waarneming en zal in *COP2* gebruikt worden om de verzeiling in lengtegraden  $\Delta L$  te berekenen. Voor een *stationaire waarneming* (*Dog=0*) is deze waarde irrelevant. Na inbreng van de overige meetwaarden berekent deze routine de parameters die de *Hoogtecirkel1* definiëren i.e. *GHA* (=G1), *Dec* (=D1) en *Ho* (=H1).
- *COP2* (*Hoogtecirkel2*): met *Dog* en *Cog* berekenen we de verzeiling van de eerste hoogtecirkel *COP1*, zijnde  $\Delta\varphi$  in latitude en  $\Delta L$  in longitude. Met de overige ingebrachte meetwaarden berekent deze routine de parameters die de *Hoogtecirkel2* definiëren, i.e. *GHA* (=G2), *Dec* (=D2), *Ho* (=H2), en uiteindelijk onze positie (*FIX*).

Deze 2 hoogtecirkels hebben op de aardbol normaliter 2 snijpunten. Dit zijn onze 2 mogelijke posities. Bij de berekening van de coördinaten van deze snijpunten krijgt men de keuze tussen het noordelijke snijpunt (*Npos*) en het zuidelijke snijpunt (*Spos*).

De coördinaten van de *FIX* worden opgeslagen als "*laf*" en "*lof*".

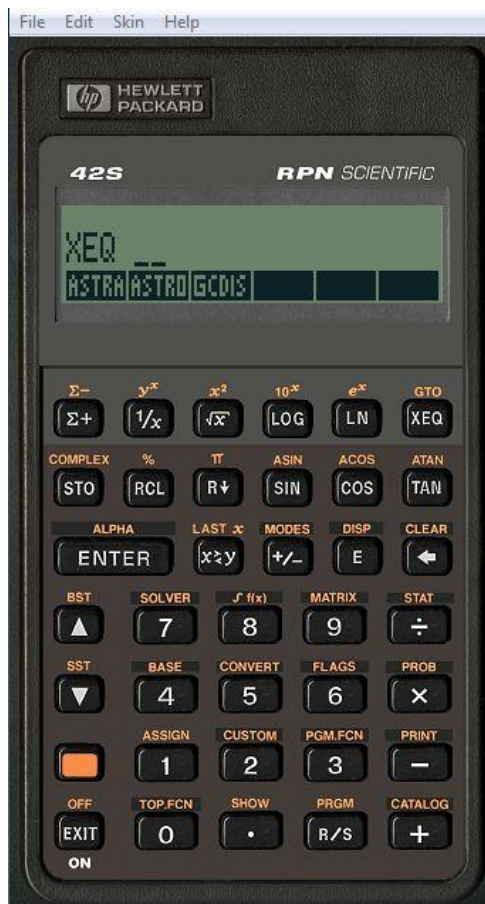
Het algoritme voor de berekening van de snijpunten wordt in detail behandeld in de bijlage.

- *TRAN* (*Transit*): zie *ASTRO\_TSO.raw*

Opmerkingen: zie *ASTRO\_TSO.raw*

## ASTRO versus ASTRA

- Indien men volledig in het ongewisse is over zijn positie kan men onmogelijk rechtstreeks een geschikte A.P invoeren in *ASTRO*. Bij een *stationaire meting* (*Dog=0*) heeft *ASTRA* deze gegevens niet nodig. Met 2 waarnemingen, bij voorkeur met een verschil in azimut tussen 30° en 150° kan rechtstreeks en afgezien van de normale meetfouten een nauwkeurige positie bepaald worden.



- Het iteratie-proces van het *ASTRA* programma verloopt zeer snel in Free42 maar kan bij de HP-42S, omwille van zijn lage kloksnelheid, onder bepaalde omstandigheden (bv.  $H1 \approx H2$ ) veel tijd in beslag nemen.

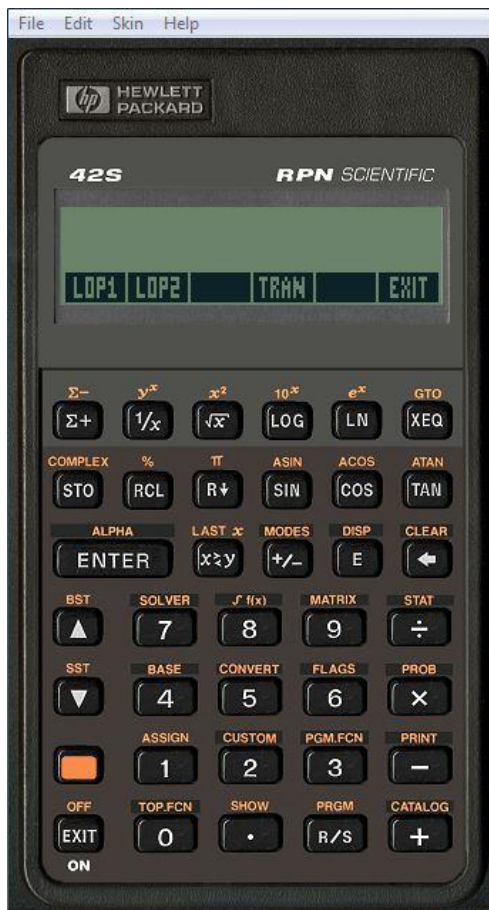
- *ASTRA* itereert steeds naar de meest nauwkeurige positie. Bij *ASTRO* kan bij een grote afstand tussen de A.P en de ware positie en/of bij grote sextanthoogtes minstens 1 iteratie nodig zijn met de gevonden *FIX* als nieuwe A.P.

### Free42 en HP-42S commando's

- Druk op de toets **XEQ**. In de display verschijnt de lijst van de programma's die werden ingeladen.

- Druk op de toets onder de naam van het gekozen programma en na verschijnen van het label druk op **R/S**. Hierop verschijnt het hoofdmenu in de display, bestaande uit de 3 subroutines en de **EXIT** routine om het programma te sluiten.





- Elke routine wordt gestart met de toets onder zijn naam. De gevraagde data worden ingebracht via het cijferklavier. Let hierbij vooral op de eenheden en het formaat. Bij negatieve getallen toetst men eerst het getal in, gevolgd door  $\pm$ . Een foutieve inbreng kan gewist worden met de  $\leftarrow$  toets en met **RTN** keert men terug naar het hoofdmenu. Elke input wordt gevolgd door **R/S**.
- Bij een keuzemenu drukt men op de toets onder de gewenste keuze. Als het programma stopt met relevante informatie in de display, druk op **R/S** om verder te gaan.
- Ingebrachte data en berekende waarden worden opgeslagen als variabelen en kunnen opgeroepen worden met **RCL** en de scrolltoetsen  $\uparrow$  en  $\downarrow$ .
- Berekende waarden *GHA*, *Dec*, *laf* en *lof* worden opgeslagen in het format [ddd°mm.m']. *AZ1* en *IN1* in [°].
- De resultaten van de waarnemingen kunnen uitgeprint worden. De printfunctie wordt geactiveerd door **PRINT**  $\uparrow$  **POFF** en uitgeschakeld door **PRINT**  $\uparrow$  **POFF**. De print is nagenoeg bij alle operating systems beschikbaar via het File-menu. Bij de iPhone moet het scherm aangeraakt worden net onder de statusbalk.

## Bijlage: berekening van de snijpunten van 2 hoogtecirkels

We passen de formules van de nautische driehoek toe op 2 waarnemingen;

$$\sin H1 = \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi) + \cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi) \cdot \cos(G1 + L - \Delta L) \quad (1)$$

$$\sin H2 = \sin D2 \cdot \sin \varphi + \cos D2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos(G2 + L) \quad (2)$$

(1) en (2) zijn de vergelijkingen van 2 hoogtecirkels waarin  $\varphi$  en  $L$  de geografische coördinaten zijn van de positie van de waarnemer op het ogenblik van de tweede meting, t.t.z. de *FIX*.  $H1$  en  $H2$  zijn de ware sextanthoogten (na correcties) en  $\Delta\varphi$  en  $\Delta L$  zijn respectievelijk de verzeiling in breedte- en lengtegraden na de eerste meting.

Het stelsel van 2 vergelijkingen met 2 onbekenden ( $\varphi$  en  $L$ ) kan analytisch niet opgelost worden maar wel door iteratie. Aan dit proces zijn 2 voorwaarden verbonden:

- de iteratie moet gestart worden in de hoogtecirkel met de kleinste sextanthoogte  $H$ , d.w.z. de hoogtecirkel met de grootste straal.
- aangezien voor 1 waarde van  $\varphi$ , 2 waarden van  $L$  mogelijk zijn en vice versa moet hier de gepaste keuze gemaakt worden.

Indien  $H2 \leq H1$

dan plaatst men in vergelijking (2) de startwaarde voor  $\varphi$  ( $= D2$ ). Dit geeft 2 mogelijke  $L$ -waarden:  $L = \text{Acos}(\dots) - G2$  en  $L = -\text{Acos}(\dots) - G2$ . Men kiest de meest oostelijke (=positieve) waarde en vermits  $\text{Acos}$  steeds positief is, wordt



$$L = \text{Acos} \left( \frac{\sin H2 - \sin D2 \cdot \sin \varphi}{\cos D2 \cdot \cos \varphi} \right) - G2$$

Deze  $L$ -waarde plaatst men in (1) en berekent de nieuwe  $\varphi$ -waarde voor (2)

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left( \frac{\sin D1 \pm \sqrt{\sin^2 D1 - \sin^2 H1 + \cos^2 D1 \cdot \cos^2 (G1 + L - \Delta L)}}{\sin H1 + \cos D1 \cdot \cos (G1 + L - \Delta L)} \right) + \Delta \varphi$$

met  $+\sqrt{\dots}$  voor het noordelijke snijpunt van de hoogtecirkels en  $-\sqrt{\dots}$  voor het zuidelijke snijpunt.

Indien  $H2 > H1$

dan plaatst men in vergelijking (1) de startwaarde voor  $\varphi$  ( $= D2$ ). Dit geeft 2 mogelijke  $L$ -waarden:  $L = \text{Acos}(\dots) - G1 + \Delta L$  en  $L = -\text{Acos}(\dots) - G1 + \Delta L$ . Men kiest de meest westelijke (=negatieve) waarde en vermits  $\text{Acos}$  steeds positief is, wordt

$$L = -\text{Acos} \left( \frac{\sin H1 - \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta \varphi)}{\cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta \varphi)} \right) - (G1 - \Delta L)$$

Deze  $L$ -waarde plaatst men in (2) en berekent de nieuwe  $\varphi$ -waarde voor (1)

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left( \frac{\sin D2 \pm \sqrt{\sin^2 D2 - \sin^2 H2 + \cos^2 D2 \cdot \cos^2 (G2 + L)}}{\sin H2 + \cos D2 \cdot \cos (G2 + L)} \right)$$

met  $+\sqrt{\dots}$  voor het noordelijke snijpunt van de hoogtecirkels en  $-\sqrt{\dots}$  voor het zuidelijke snijpunt.

In beide gevallen wordt de waarde van  $\varphi$  berekend door substitutie, aan de hand van de zogenoemde T-formules, met als variabelen respectievelijk  $\tan((\varphi - \Delta \varphi)/2)$  en  $\tan(\varphi/2)$ .

De iteraties worden gestopt als 2 opeenvolgende waarden van  $\varphi$  minder dan  $0.001^\circ$  verschillen.

Bij de gemaakte keuzes in het hierboven beschreven iteratieproces gaat men er impliciet van uit dat de aardse projectie van de zon bij de tweede waarneming ten westen ligt van de aardse projectie van de eerste waarneming.

### Bijlage: iteraties in ASTRO

Een "running" fix is minder nauwkeurig dan een stationaire fix. De *Cog* en *Dog* kunnen immers enkel geschat worden omdat de effecten van stroming en drift in de meeste gevallen niet exact gekend zijn. Bij een stationaire meting ( $Dog=0$ ) kan men de gevonden positie verfijnen door de *FIX* als nieuwe A.P in te brengen met de volgende toets-sequentie vanuit het hoofdmenu:

**LOP1** **RCL** **LAF** **R/S** **RCL** **LOF** **R/S** en de berekening te herhalen met de initiële input parameters.

### Interessante websites

<http://thomasokken.nl/free42/>

<https://www.celnav.de/page2.htm>

<http://www.teacupnavigation.net/CN.html>

<http://www.backbearing.com/almanac.html>

[http://www.siranah.de/html/fr\\_sail.htm](http://www.siranah.de/html/fr_sail.htm)

## Lijst van gebruikte vergelijkingen in de tekst

$$\sin H1 = \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi) + \cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi) \cdot \cos(G1 + L - \Delta L) \quad (1)$$

$$\sin H2 = \sin D2 \cdot \sin \varphi + \cos D2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos(G2 + L) \quad (2)$$

start  $\varphi=D2$  in (2)

start  $\varphi=D2$  in (1)

$$L = A \cos \left( \frac{\sin H2 - \sin D2 \cdot \sin \varphi}{\cos D2 \cdot \cos \varphi} \right) - G2$$

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left( \frac{\sin D1 \pm \sqrt{\sin^2 D1 - \sin^2 H1 + \cos^2 D1 \cdot \cos^2(G1 + L - \Delta L)}}{\sin H1 + \cos D1 \cdot \cos(G1 + L - \Delta L)} \right) + \Delta\varphi$$

$$L = -A \cos \left( \frac{\sin H1 - \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi)}{\cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi)} \right) - (G1 - \Delta L)$$

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left( \frac{\sin D2 \pm \sqrt{\sin^2 D2 - \sin^2 H2 + \cos^2 D2 \cdot \cos^2(G2 + L)}}{\sin H2 + \cos D2 \cdot \cos(G2 + L)} \right)$$

$$\Delta\varphi = \text{Dog} \cdot \cos \text{Cog} / 60 \quad (\text{decimal } ^\circ)$$

$$\Delta L = \frac{\text{Dog} \cdot \sin \text{Cog}}{\cos \text{lat}_M \cdot 60} \quad (\text{decimal } ^\circ)$$

$$\text{lat}_M = \text{lat}_x + \Delta\varphi / 2$$

$$\text{laf} = \frac{IN2 \cdot \sin AZ1 - IN1 \cdot \sin AZ2}{\sin(AZ1 - AZ2)} + \text{lat}_x$$

$$\text{lof} = \frac{IN1 \cdot \cos AZ2 - IN2 \cdot \cos AZ1}{\sin(AZ1 - AZ2) \cdot \cos \text{lat}_x} + \text{lon}_x$$

$$\text{Lon} = \pm A \cos \left( \frac{\sin Ho - \sin Dec \cdot \sin Lat}{\cos Dec \cdot \cos Lat} \right) - GHA$$

$$\text{Dip}['] \approx 1.76 \cdot \sqrt{\text{HoE}[m]}$$

$$\text{Refractie}['] = \frac{1}{\tan \left( \text{Ha}[^\circ] + \frac{7.31}{\text{Ha}[^\circ] + 4.4} \right)}$$

**ASTRONAVIGATIE - ZON HP 42S**

001	<b>LBL "ASTRO"</b>	047	RCL Cog	098	<b>LBL c</b>	142	X	
		048	SIN			143	STO 15	=MO
002	DEG	049	RCLx Dog	099	RCL 01	144	RCL IND ST x	
003	CF 02	050	RCL 18	100	90	145	STO+ 00	
004	CF 03	051	RCL 23	101	RCL- 08	146	FIX 00	
005	CF 29	052	2	102	"SOUTH"	147	INPUT Year	
006	".....□.ASTRO.□"	053	÷	103	KEY 1 GTO 14	148	4	
007	└"lf.....zon"	054	+	104	"NORTH"	149	÷	
008	AVIEW	055	COS	105	KEY 4 GTO 13	150	FP	
009	STOP	056	÷	106	CLA	151	STO 02	=AA
		057	60	107	PROMPT	152	X=0?	
010	<b>LBL 00</b>	058	÷	108	GTO c	153	XEQ a	
		059	RCL 17			154	FIX 04	
011	"LOP1"	060	+	109	<b>LBL 13</b>	155	INPUT U.T	
012	KEY 1 XEQ A	061	XEQ 09			156	>HR	
013	"LOP2"	062	STO lon*	110	±	157	24	
014	KEY 2 XEQ B	063	XEQ 02			158	÷	
015	"TRAN"	064	FC? 01	111	<b>LBL 14</b>	159	STO+ 00	=J2
016	KEY 4 XEQ C	065	RTN			160	FIX 03	
017	"EXIT"	066	XEQ D	112	+	161	INPUT ALTs	
018	KEY 6 GTO J	067	XEQ 03	113	XEQ 09	162	FIX 00	
019	CLA	068	SF 02	114	STO laf	163	INPUT Corr	
020	AVIEW	069	XEQ D	115	SF 02	164	INPUT Limb	
021	MENU	070	PRA	116	SF 03	165	RCL Year	
022	STOP	071	PROMPT	117	XEQ D	166	2000	
023	GTO 00	072	RTN	118	CF 03	167	-	
				119	PRA	168	365.25	
024	<b>LBL A</b>	073	<b>LBL C</b>	120	PROMPT	169	X	
				121	RTN	170	0.5	
025	XEQ 01	074	XEQ 10			171	+	
026	FC? 01	075	FIX 03	122	<b>LBL 01</b>	172	RCL- 02	
027	RTN	076	INPUT lon*			173	365250	
028	STO IN1 (°)	077	XEQ 08	123	XEQ 10	174	÷	
029	RCL 04	078	15	124	FIX 03	175	STO 14	
030	STO AZ1 (°)	079	÷	125	INPUT lat*	176	RCL 00	
031	XEQ D	080	12	126	XEQ 08	177	LAST X	
032	RTN	081	X<>Y	127	STO 18	178	÷	
		082	-	128	INPUT lon*	179	+	
033	<b>LBL B</b>	083	>HMS	129	XEQ 08	180	STO 01	=T
		084	"Transit.."	130	STO 17	181	RAD	
034	XEQ 10	085	PRA			182	6283.01961	
035	FIX 01	086	└".~."	131	<b>LBL 02</b>	183	X	
036	INPUT Dog	087	AIP			184	0.043179665	
037	INPUT Cog	088	└":."	132	FIX 02	185	-	
038	COS	089	FP	133	INPUT le	186	STO 02	
039	RCLx Dog	090	100	134	INPUT HoE	187	0.033417	
040	60	091	X	135	XEQ I	188	RCL 02	
041	÷	092	AIP	136	INPUT Da.Mo	189	SIN	
042	STO 23	093	└".U.T"	137	IP	190	X	
043	RCL 18	094	PROMPT	138	STO 00	191	+	=JO
044	+	095	XEQ 02	139	LAST X	192	RCL 02	
045	XEQ 09	096	FC? 01	140	FP	193	2	
046	STO lat*	097	RTN	141	100	194	X	

195	SIN		251	STO 05		307	+		355	STO+ 02
196	0.0003489		252	+		308	RCL HoE		356	RTN
197	X		253	STO 02	=LHA	309	X=0?	Artif. Hor		
198	+		254	RCL lat*		310	GTO 16		357	LBL 03 =FIX
199	RCL 01		255	XEQ 08		311	SQRT			
200	0.300052641		256	STO 06		312	0.0293	=DIP	358	"If.....*.FIX**"
201	X		257	COS		313	X		359	AVIEW
202	4.938242632		258	RCL 01		314	-		360	RCL AZ1
203	+		259	SIN					361	SIN
204	+		260	X		315	LBL 15		362	RCLx 03
205	STO 03		261	RCL 06					363	RCL 04
206	SIN		262	SIN		316	STO 03		364	SIN
207	0.397777		263	RCL 01		317	4.4	=Refrac	365	RCLx IN1
208	X		264	COS		318	+		366	-
209	ASIN		265	X		319	7.31		367	RCL AZ1
210	>DEG		266	RCL 02		320	X<>Y		368	RCL- 04
211	STO 01	=DEC	267	COS		321	÷		369	SIN
212	XEQ 09		268	X		322	RCL+ 03		370	STO 07
213	STO DEC		269	-		323	TAN		371	÷
214	RCL 03		270	RCL 01		324	1/X		372	RCL+ 06
215	TAN		271	COS		325	60		373	XEQ 09
216	0.917482		272	±		326	÷		374	STO laf
217	X		273	RCL 02		327	RCL 03		375	RCL 04
218	ATAN		274	SIN		328	X<>Y		376	COS
219	STO 02		275	X		329	-		377	RCLx IN1
220	RCL 03		276	X<>Y		330	RCL Limb		378	RCL AZ1
221	COS		277	>POL McMillan 159		331	0.2667	=S.D	379	COS
222	X<0?		278	X<>Y		332	X		380	RCLx 03
223	XEQ b		279	X<0?		333	-		381	-
224	RCL 00		280	XEQ 12		334	STO 08	=Ho	382	RCL: 07
225	360.98564735		281	STO 04	=AZ	335	RCL- 02		383	RCL 06
226	X		282	RCL 01		336	STO 03	=INT	384	COS
227	RCL 14		283	SIN		337	RTN		385	÷
228	360007.7		284	RCL 06					386	RCL+ 05
229	X		285	SIN		338	LBL 16		387	ABS
230	100.465		286	X					388	180
231	+		287	RCL 01		339	R↓		389	X<Y?
232	360		288	COS		340	2		390	GTO 11
233	MOD	=TSO	289	RCL 02		341	÷		391	LAST X
234	+		290	COS		342	GTO 15			
235	360		291	X					392	LBL 04
236	÷		292	RCL 06		343	LBL a			
237	FP		293	COS					393	XEQ 09
238	PI		294	X		344	1		394	STO lof
239	X		295	+		345	STO 02		395	RTN
240	2		296	ASIN		346	RCL 15			
241	X		297	STO 02	=Hc	347	2		396	LBL D
242	RCL- 02		298	RCL ALTs		348	X>=Y?			
243	>DEG	=GHA	299	XEQ 08		349	RTN		397	CLMENU
244	ENTER		300	RCL le		350	1		398	CLA
245	XEQ 09		301	60		351	STO+ 00		399	RCL Da.Mo
246	STO GHA		302	÷		352	RTN		400	AIP
247	R↓		303	-					401	┌"/"
248	DEG		304	RCL Corr		353	LBL b		402	FP
249	RCL lon*		305	3600					403	100
250	XEQ 08		306	÷		354	PI		404	X

405	AIP	445	LBL e	478	X	512	LBL H
406	└"/"			479	3		
407	FIX 00	446	FS? 03	480	÷	513	CF 01
408	ARCL Year	447	RTN	481	+	514	RTN
409	└".□."	448	RCL Iof	482	RTN		
410	RCL U.T	449	ENTER			515	LBL I
411	AIP	450	XEQ 07	483	LBL 09 =>dd.mm.m		
412	└":."	451	R↓			516	-1
413	FP	452	X<0?	484	IP	517	STO 01
414	100	453	GTO 06	485	LAST X	518	30
415	X	454	└".E"	486	FP	519	STO 02
416	AIP	455	RTN	487	3	520	58
417	└":."			488	X	521	STO 03
418	FP	456	LBL 05	489	5	522	89
419	100			490	÷	523	STO 04
420	X	457	└".S.."	491	+	524	119
421	AIP	458	GTO e	492	RTN	525	STO 05
422	FS? 02					526	150
423	GTO d	459	LBL 06	493	LBL 10	527	STO 06
424	└"fAZ:."					528	180
425	ARCL 04	460	└".W"	494	CLMENU	529	STO 07
426	└"°.INT:."	461	RTN	495	SF 01	530	211
427	RCL 03			496	"RTN"	531	STO 08
428	60	462	LBL 07	497	KEY 6 GTO H	532	242
429	X			498	MENU	533	STO 09
430	FIX 01	463	ABS	499	RTN	534	272
431	ARCL STx	464	AIP			535	STO 10
432	PRA	465	└"°"	500	LBL 11	536	303
433	PROMPT	466	FP			537	STO 11
434	RTN	467	100	501	LAST X	538	333
		468	X	502	ENTER	539	STO 12
435	LBL d	469	FIX 01	503	SIGN	540	RTN
		470	RND	504	360		
436	CF 02	471	ARCL ST x	505	X	541	LBL J
437	└"lf"	472	RTN	506	-		
438	RCL Iaf			507	GTO 04	542	CLMENU
439	ENTER	473	LBL 08 =>d.ddd			543	EXITALL
440	XEQ 07			508	LBL 12	544	CLST
441	R↓	474	IP			545	DEG
442	X<0?	475	LAST X	509	360	546	FIX 04
443	GTO 05	476	FP	510	+	547	END
444	└".N.."	477	5	511	RTN		

Berekenen van een "FIX" met 2 **HOOGTELIJNEN** (met sextant of theodoliet) met calculator HP 42S en/of App FREE42

lat*, lon* = + (N en E)	HP 42S 1316 bytes
- (S en W)	App Free42 1313 bytes
HoE = meter	Artificiële Horizon HoE=0
Limb	lower= -1 centre= 0 upper= 1
Format lat*, lon*, ALTs	= xxx.xx x [ ddd°.mm.m' ]
Format U.T	= xx.xx xx [ h . min sec ]
Format Da.Mo	= xx.xx [ Dag . Maand ]
Dog	= xxx.x [ zeemijl ]
Cog	= xxx.x [ ° ]
Index error le	= - OFF the arc + ON the arc
Format le	= x.xx [ minuten ]
Format Corr	= xx [ sec ]

**ASTRONAVIGATIE - ZON HP 42S**

001	<b>LBL "ASTRA"</b>	047	RCLx Dog	096	AIP	139	INPUT le	
		048	RCL 19	097	┌ ":"	140	INPUT HoE	
002	DEG	049	RCL 23	098	FP	141	XEQ I	
003	CF 02	050	2	099	100	142	INPUT Da.Mo	
004	CF 03	051	÷	100	x	143	IP	
005	CF 29	052	+	101	AIP	144	STO 00	=JO
006	".....□.ASTRA.□"	053	COS =Mean Lat	102	┌ ".U.T"	145	LAST X	
007	┌ "If.....zon"	054	÷	103	PROMPT	146	FP	
008	AVIEW	055	60	104	XEQ 12	147	100	
009	STOP	056	÷	105	FC? 01	148	x	
		057	STO 24 =ΔL	106	RTN	149	STO 15	=MO
010	<b>LBL 00</b>	058	XEQ 12			150	RCL IND ST x	
		059	FC? 01	107	<b>LBL c</b>	151	STO+ 00	
011	"COP1"	060	RTN			152	FIX 00	
012	KEY 1 XEQ A	061	STO 02 =SIN H2	108	RCL 01	153	INPUT Year	
013	"COP2"	062	XEQ 02	109	90	154	4	
014	KEY 2 XEQ B	063	FC? 01	110	RCL- 08	155	÷	
015	"TRAN"	064	RTN	111	"SOUTH"	156	FP	
016	KEY 4 XEQ C	065	RCL 11	112	KEY 1 GTO 16	157	STO 02	=AA
017	"EXIT"	066	XEQ 09	113	"NORTH"	158	X=0?	
018	KEY 6 GTO J	067	STO laf	114	KEY 4 GTO 15	159	XEQ 13	
019	CLA	068	RCL 10	115	CLA	160	FIX 04	
020	AVIEW	069	ABS	116	PROMPT	161	INPUT U.T	
021	MENU	070	180	117	GTO c	162	>HR	
022	STOP	071	X<Y?			163	24	
023	GTO 00	072	GTO 11	118	<b>LBL 15</b>	164	÷	
		073	LAST X			165	STO+ 00	=J2
024	<b>LBL A</b>			119	±	166	FIX 03	
		074	<b>LBL b</b>			167	INPUT ALTs	
025	XEQ 01			120	<b>LBL 16</b>	168	RCL Year	
026	FC? 01	075	XEQ 09			169	2000	
027	RTN	076	STO lof	121	+	170	-	
028	STO 20 =SIN H1	077	SF 02	122	XEQ 09	171	365.25	
029	RCL 00	078	XEQ D	123	STO laf	172	x	
030	STO 21 =GHA1	079	PRA	124	SF 02	173	0.5	
031	RCL 01	080	PROMPT	125	SF 03	174	+	
032	STO 22 =DEC1	081	RTN	126	XEQ D	175	RCL- 02	
033	XEQ D			127	CF 03	176	365250	
034	RTN	082	<b>LBL C</b> =Transit	128	PRA	177	÷	
				129	PROMPT	178	STO 14	
035	<b>LBL B</b>	083	XEQ 10	130	RTN	179	RCL 00	
		084	FIX 03			180	LAST X	
036	XEQ 10	085	INPUT lon*	131	<b>LBL 01</b>	181	÷	
037	FIX 01	086	XEQ 08			182	+	
038	INPUT Dog	087	15	132	XEQ 10	183	STO 01	=T
039	INPUT Cog	088	÷	133	FIX 03	184	RAD	
040	COS	089	12	134	INPUT lat* =DRP	185	6283.01961	
041	RCLx Dog	090	X<>Y	135	XEQ 08	186	x	
042	60	091	-	136	STO 19	187	0.043179665	
043	÷	092	>HMS			188	-	
044	STO 23 =Δφ	093	"Transit.."	137	<b>LBL 12</b>	189	STO 02	
045	RCL Cog	094	PRA			190	0.033417	
046	SIN	095	┌ ".~."	138	FIX 02	191	RCL 02	



192	SIN		248	XEQ 09		300	1		346	LBL 03	
193	X		249	STO GHA		301	STO+ 00				
194	+		250	DEG		302	RTN		347	RCL 02	=SIN H2
195	RCL 02		251	FIX 00					348	RCL 06	=SIN D2
196	2		252	INPUT Corr		303	LBL 14		349	RCL 05	
197	X		253	INPUT Limb					350	SIN	
198	SIN		254	RCL ALTs		304	PI		351	X	
199	0.0003489		255	XEQ 08		305	STO+ 02		352	-	
200	X		256	RCL le		306	RTN		353	RCL÷ 07	
201	+		257	60	=le				354	RCL 05	
202	RCL 01		258	÷		307	LBL 18		355	COS	
203	0.300052641		259	-					356	÷	
204	X		260	RCL Corr		308	R↓		357	ACOS	
205	4.938242632		261	3600		309	2		358	RCL- 00	
206	+		262	÷		310	÷		359	CPX?	
207	+		263	+		311	GTO 17		360	GTO 04	
208	STO 03		264	RCL HoE					361	STO 10	=L
209	SIN		265	X=0?	Artif.Hor	312	LBL 02		362	RCL+ 04	
210	0.397777		266	GTO 18					363	COS	
211	X		267	SQRT		313	CF 04		364	RCLx 09	
212	ASIN		268	0.0293		314	"Npos"		365	STO 12	
213	>DEG		269	X	=DII	315	KEY 1 GTO 22		366	X↑2	
214	STO 01	=DEC	270	-		316	"Spos"		367	RCL 20	
215	XEQ 09					317	KEY 4 GTO 21		368	X↑2	
216	STO DEC		271	LBL 17		318	CLA		369	-	
217	RCL 03					319	PROMPT		370	RCL 08	
218	TAN		272	STO 03		320	GTO 02		371	X↑2	
219	0.917482		273	4.4	=Refract				372	+	
220	X		274	+		321	LBL 21		373	X<0?	
221	ATAN		275	7.31					374	GTO 04	
222	STO 02		276	X<>Y		322	SF 04		375	SQRT	
223	RCL 03		277	÷					376	FS? 04	
224	COS		278	RCL+ 03		323	LBL 22		377	±	
225	X<0?		279	TAN					378	RCL+ 08	
226	XEQ 14		280	1/X		324	".....*.FIX.*"		379	RCL 20	
227	RCL 00		281	60		325	AVIEW		380	RCL+ 12	
228	360.98564735		282	÷		326	RCL 01		381	÷	
229	X		283	RCL 03		327	STO 05	=STARTφ	382	ATAN	
230	RCL 14		284	X<>Y		328	SIN		383	2	
231	360007.7		285	-		329	STO 06		384	X	
232	X		286	RCL Limb		330	LAST X		385	RCL+ 23	
233	100.465		287	0.2667	=S.D	331	COS		386	STO 11	=φ
234	+		288	X		332	STO 07	=COS D2	387	RCL- 05	
235	360		289	-		333	RCL 21	=G1	388	ABS	
236	MOD	=TSO	290	STO 08	=Ho	334	RCL- 24		389	0.001	
237	+		291	SIN		335	STO 04	=G1- ΔL	390	X>=Y?	
238	360		292	RTN		336	RCL 22		391	RTN	
239	÷					337	SIN		392	RCL11	
240	FP		293	LBL 13		338	STO 08	=SIN D1	393	STO 05	
241	PI					339	LAST X		394	GTO 03	
242	X		294	1		340	COS				
243	2		295	STO 02		341	STO 09	=COS D1	395	LBL 04	
244	X		296	RCL 15		342	RCL 02				
245	RCL- 02		297	2		343	RCL 20		396	RCL 20	=SIN H1
246	>DEG		298	X>=Y?		344	X<Y?		397	RCL 08	=SIN D1
247	STO 00	=GHA	299	RTN		345	GTO 04		398	RCL 05	

399	RCL- 23		450	AIP	500	LBL 05	543	RTN
400	STO 12		451	└"/"				
401	SIN		452	FP	501	└".S.."	544	LBL 11
402	X		453	100	502	GTO e		
403	-		454	X			545	LAST X
404	RCL 12		455	AIP	503	LBL 06	546	ENTER
405	COS		456	└"/"			547	SIGN
406	÷		457	FIX 00	504	└".W"	548	360
407	RCL÷ 09		458	ARCL Year	505	RTN	549	X
408	ACOS		459	└".□."			550	-
409	±		460	RCL U.T	506	LBL 07	551	GTO b
410	RCL- 04		461	AIP				
411	CPX?		462	└":"	507	ABS	552	LBL H
412	GTO 03		463	FP	508	AIP		
413	STO 10	=L	464	100	509	└"°"	553	CF 01
414	RCL+ 00	=G2+L	465	X	510	FP	554	RTN
415	COS		466	AIP	511	100		
416	RCLx 07		467	└":"	512	X	555	LBL I
417	STO 12		468	FP	513	FIX 01		
418	X↑2		469	100	514	RND	556	-1
419	RCL 02		470	X	515	ARCL ST x	557	STO 01
420	X↑2		471	AIP	516	RTN	558	30
421	-		472	FS? 02			559	STO 02
422	RCL 06		473	GTO d	517	LBL 08 =>d.ddd	560	58
423	X↑2		474	└"IfALts:."			561	STO 03
424	+		475	FIX 03	518	IP	562	89
425	X<0?		476	ARCL ALts	519	LAST X	563	STO 04
426	GTO 03		477	PROMPT	520	FP	564	119
427	SQRT		478	RTN	521	5	565	STO 05
428	FS? 04				522	X	566	150
429	±		479	LBL d	523	3	567	STO 06
430	RCL+ 06				524	÷	568	180
431	RCL 02		480	CF 02	525	+	569	STO 07
432	RCL+ 12		481	└"If"	526	RTN	570	211
433	÷		482	RCL lAf			571	STO 08
434	ATAN		483	ENTER	527	LBL 09 =>dd.mm.m	572	242
435	2		484	XEQ 07			573	STO 09
436	X		485	R↓	528	IP	574	272
437	STO 11	=φ	486	X<0?	529	LAST X	575	STO 10
438	RCL- 05		487	GTO 05	530	FP	576	303
439	ABS		488	└".N.."	531	3	577	STO 11
440	0.001				532	X	578	333
441	X>=Y?		489	LBL e	533	5	579	STO 12
442	RTN				534	÷	580	RTN
443	RCL11		490	FS? 03	535	+		
444	STO 05		491	RTN	536	RTN	581	LBL J
445	GTO 04		492	RCL lOf				
			493	ENTER	537	LBL 10	582	CLMENU
446	LBL D		494	XEQ 07			583	EXITALL
			495	R↓	538	CLMENU	584	CLST
447	CLMENU		496	X<0?	539	SF 01	585	DEG
448	CLA		497	GTO 06	540	"RTN"	586	FIX 04
449	RCL Da.Mo		498	└".E"	541	KEY 6 GTO H	587	END
			499	RTN	542	MENU		

Berekenen van een "FIX" met 2 HOOGTECIRKELS (met sextant of theodoliet) met calculator HP 42S en/of App FREE42

lat*, lon* = + (N en E)	HP 42S 1353 bytes
- (S en W)	App Free42 1348 bytes
HoE = meter	Artificiële Horizon HoE=0
Limb	lower= -1 centre= 0 upper= 1
Format lat*, lon*, ALTs	= xxx.xx x [ ddd°.mm.m' ]
Format U.T	= xx.xx xx [ h . min sec ]
Format Da.Mo	= xx.xx [ Dag . Maand ]
Dog	= xxx.x [ zeemijl ]
Cog	= xxx.x [ ° ]
Index error le	= - OFF the arc + ON the arc
Format le	= x.xx [ minuten ]
Format Corr	= xx [ sec ]