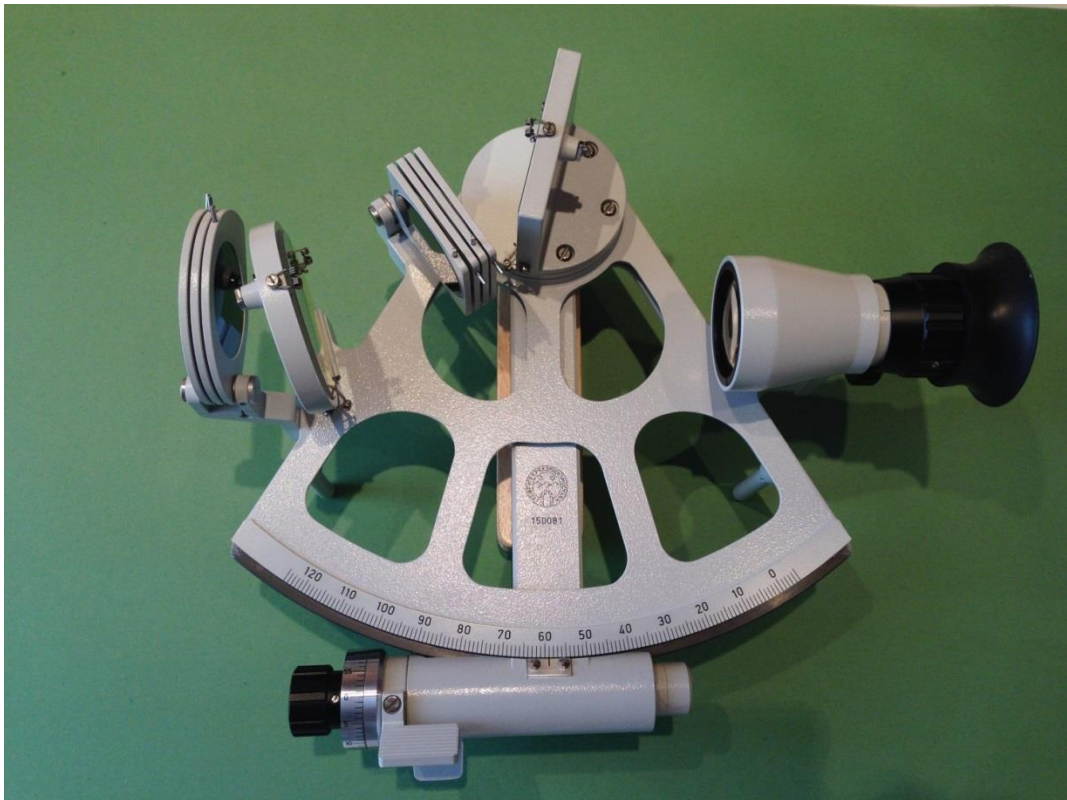


Astronavigatie

met

Sextant en Calculator HP-42S



Afkortingen en symbolen

$LOP1$ = Line of position 1 - Hoogtelijn 1

$LOP2$ = Line of position 2 - Hoogtelijn 2

$COP1$ = Circle of position 1 - Hoogtecirkel 1

$COP2$ = Circle of position 2 - Hoogtecirkel 2

$H1$ = Observed altitude (H_o) - ware hoogte in $COP1$

$H2$ = Observed altitude (H_o) - ware hoogte in $COP2$

Dec = Declinatie

GHA = Greenwich Hour Angle

$D1$ = Dec van de zon in $COP1$

$G1$ = GHA van de zon in $COP1$

$D2$ = Dec van de zon in $COP2$

$G2$ = GHA van de zon in $COP2$

φ = Latitude van de FIX in de berekeningen van de COP

L = Longitude van de FIX in de berekeningen van de COP

$\Delta\varphi$ = Verplaatsing in breedtegraden van de waarnemer (verzeiling)

ΔL = Verplaatsing in lengtegraden van de waarnemer (verzeiling)

lat_M = Gemiddelde latitude

$latx$ = Dead-reckoning of aangenomen latitude van de waarnemer

$lonx$ = Dead-reckoning of aangenomen longitude van de waarnemer

FIX = Berekende positie

laf = FIX latitude

lof = FIX longitude

$IN1, IN2$ = Intercept van $LOP1, LOP2$

$AZ1, AZ2$ = Azimut van $LOP1, LOP2$

Ha = Apparent altitude - schijnbare hoogte

Dog = Distance over Ground van de waarnemer

Cog = Course over Ground van de waarnemer

Ie = Indexfout van de sextant

Corr = Correctie van de sextanthoogte volgens certificaat

HoE = Ooghoogte van de waarnemer

Da. Mo = Dag en Maand van de meting

Year = Jaar van de meting

U.T = Universal Time van de meting

ALTs = Gemeten sextanthoogte

Limb = Bovenrand, onderrand of middellijn van de zon

Npos = Noordelijk snijpunt van de hoogtecirkels

Spos = Zuidelijk snijpunt van de hoogtecirkels

Tran = Middagbreedte van de waarnemer (Transit)

Woord Vooraf

De astronomische plaatsbepaling door de gelijktijdige meting van een aantal sterren leidt tot een vrij nauwkeurige positie, maar de oefening die nodig is om die sterren te identificeren en in de schemering hun hoogte boven de horizon te bepalen, zal veelal ontbreken. Daarom beperken we ons tot de plaatsbepaling met behulp van de zon.

Aan de hand van nautische almanakken zoals de Macmillan en de HO249-tafels kunnen we van oudsher onze positie bepalen op basis van zonshoogten.

Met de komst van de programmeerbare calculators kon het hele opzoek-, reken- en plotwerk dat erop volgt van ons worden overgenomen. *GHA* en *Dec* van de zon kunnen met een ingebouwd algoritme worden berekend, alsmede de azimut en intercept van de hoogtelijnen. Het enigszins moeizame kaartwerk wordt eveneens digitaal overgenomen met als uiteindelijk resultaat onze positie in lengte- en breedtegraden (*FIX*).

HP-42S

De HP-42S RPN Scientific is een programmeerbare RPN calculator die in 1988 door HP werd gelanceerd. De productie ervan werd beëindigd in 1995 maar hij wordt tot op vandaag beschouwd als één van de besten die ooit werden gemaakt in termen van kwaliteit en gemak van programmering. Zijn populariteit was dermate groot dat hij op de site van [Thomas Okken](#) onder de benaming "**Free42** : An HP-42S Calculator Simulator" wordt aangeboden als freeware voor tal van operating systemen van *computers en smartphones*. De computerapplicatie van Free42 wordt als een zipbestand aangeleverd in decimale en binaire versie maar het verdient aanbeveling Free42Decimal.exe te installeren. Android en iOS applicaties zijn in decimale versie.

De Free42-app heeft het voordeel dat de programma's kunnen worden opgeslagen en ingeladen als bestanden, back-ups kunnen worden gemaakt en ingeladen in andere computers. Instructies daarvoor vindt men [hier](#). Bovendien is de rekensnelheid vele malen hoger dan bij de hardware versie van de HP-42S.

Free42 programma's worden opgeslagen met de bestandsextensie ".raw".

Bij de hierna beschreven programma's over astronavigatie worden slechts een beperkt aantal toetsen gebruikt, zodat geen grondige kennis van de calculator is vereist. Wie zich verder wil verdiepen kan [hier](#) terecht.

Programma's

In deze tekst worden twee programma's beschreven voor Free42 en HP-42S om te navigeren op de zon bij middel van een sextant of theodoliet:

ASTRO_TSO.raw: berekent de positie (*FIX*) aan de hand van de azimut-intercept methode van Marcq St. Hilaire. Deze methode, ontwikkeld in 1875, werd gaandeweg de standaard procedure voor astronomische plaatsbepaling en is gebaseerd op de keuze van een aangenomen positie (A.P), zo dicht mogelijk bij de ware positie of de gegiste positie, en de berekening van het snijpunt van twee zogenoemde *hoogtelijnen* (LOP verder in de tekst). Dit programma maakt het gebruik van kaarten en "plotting sheets" overbodig.

ASTRA_TSO.raw: berekent de positie (*FIX*) aan de hand van een alternatieve methode die rechtstreeks de snijpunten berekent van twee *hoogtecirkels* (COP verder in de tekst). Voor een *stationaire waarnemer* is, in tegenstelling met de vorige methode, geen aangenomen positie (A.P) vereist zodat men zijn positie kan bepalen zonder enig idee van waar men zich bevindt. In het *geval van verzeiling* moet zoals bij het vorige programma wel de breedtegraad van de waarnemer, *latx*, gekend zijn voor de berekening van de longitudinale verplaatsing ΔL .

Beide programma's hebben een ingebouwde almanak van de zon met een maximale afwijking van $\pm 0.5'$ en een gemiddelde afwijking van $\pm 0.3'$ voor *GHA* en *Dec*. Ter verificatie kunnen de almanakdata op de sites backbearing.com en siranah.de geraadpleegd worden.

Correcties op de gemeten sextanthoogte *ALT's*

Op de gemeten sextanthoogte worden een aantal correcties toegepast in beide programma's;

- *Instrument correctie*: indien de sextant van een certificaat voorzien is kan deze correctie (in seconden) met *Corr* in rekening worden gebracht. Zo niet is de input = 0.
- *Indexcorrectie*: is een correctie voor de indexfout *Ie* van de sextant die in principe voor elke nieuwe waarneming moet gemeten worden. *Ie* is negatief indien "off the arc" en positief "on the arc".
- *Dip*: dit is een correctie die functie is van de ooghoogte *HoE*. Bij gebruik van een artificiële horizon is *HoE* = 0.

$$Dip[^{\circ}] \approx 1.76 \cdot \sqrt{HoE[m]}$$

- *Refractie*: dit is een correctie voor de breking van het licht volgens de formule van Bennett.

$$Refractie[^{\circ}] = \frac{1}{\tan\left(Ha[^{\circ}] + \frac{7.31}{Ha[^{\circ}] + 4.4}\right)}$$

- *Parallax*: voor de parallax wordt geen correctie toegepast omdat de horizontale parallax van de zon zeer klein is (maximaal $\pm 0.15'$).
- *Semi diameter (S.D)*: deze correctie wordt gemaakt indien de onder- of bovenrand (*Limb*) van de zon wordt gemeten. De *S.D* wordt berekend uitgaande van de gemiddelde anomalie (*AM*) van de zon met de formule

$$S.D[^{\circ}] = \frac{0.267}{1 - 0.017 \cdot \cos AM}$$

Sextanthoogtes

$$Ha = ALTs \pm Ie - Dip \quad (\text{Apparent altitude} - \text{schijnbare hoogte})$$

$$Ho = Ha - \text{Refractie} \pm S.D \quad (\text{Observed altitude} - \text{ware hoogte})$$

$HoE = 0$ impliceert het gebruik van een artificiële horizon

Bij het gebruik van een artificiële horizon is $Dip = 0$ en $Ha = (ALTs \pm Ie)/2$

Gebruikte formules

- Als de *Cog* en *Dog* gekend zijn dan is de verzeiling van de waarnemer in breedtegraden en lengtegraden respectievelijk:

$$\Delta\varphi[^\circ] = Dog[nm] \cdot \cos Cog / 60$$

$$\Delta L[^\circ] = \frac{Dog[nm] \cdot \sin Cog}{\cos lat_M \cdot 60}$$

waarin de gemiddelde latitude

$$lat_M = latx + \Delta\varphi/2$$

en *latx* de (aangenomen) latitude is vóór verzeiling.

- In *ASTRO_TSO.raw* (azimut-intercept methode) zijn de *FIX*-coördinaten

$$laf = \frac{IN2 \cdot \sin AZ1 - IN1 \cdot \sin AZ2}{\sin(AZ1 - AZ2)} + latx$$

$$lof = \frac{IN1 \cdot \cos AZ2 - IN2 \cdot \cos AZ1}{\sin(AZ1 - AZ2) \cdot \cos latx} + lonx$$

waarin *latx* en *lonx* de coördinaten zijn van de A.P na verzeiling. Deze waarden worden berekend uitgaande van de A.P vóór verzeiling, *Cog* en *Dog*.

Format en eenheden van de input data

<i>latx, lonx</i>		+ (N en E) - (S en W)
<i>Ie</i>	x.xx [minuten]	- OFF the arc + ON the arc
<i>HoE</i>	xx.xx [meter]	Artificiële horizon HoE=0
<i>Da.Mo</i>	xx.xx [dag.maand]	Vb: 5.07 23.12
<i>U.T</i>	xx.xx xx [h.min sec]	Vb: 17.0533 6.0806
<i>latx, lonx, ALTs</i>	xxx.xx x [ddd°mm.m']	Vb: -15.416 156.093
<i>Limb</i>	Onder=-1 Center=0 Boven=1	
<i>Dog</i>	xxx.x [zeemijl]	
<i>Cog</i>	xxx.x [°]	
<i>Corr</i>	xx [seconden]	Vb: -17 12

Programma-onderdelen

ASTRO_TSO.raw : bestaat uit 3 subroutines; *LOP1*, *LOP2*, en *TRAN*

- *LOP1 (Hoogtelijn1)*: hier worden de aangenomen positie (A.P), die meestal de gegiste positie is, en de gegevens van de eerste waarneming ingebracht. De subroutine berekent de intercept *IN1* en azimut *AZ1* van de eerste hoogtelijn *LOP1* en slaat ze op in hun gelijknamige variabelen.
- *LOP2 (Hoogtelijn2)*: aan de hand van de *Dog* en *Cog* wordt de A.P na verzeiling vastgelegd. Samen met de gegevens van de tweede waarneming wordt de *IN2* en *AZ2* van de hoogtelijn *LOP2* ten opzichte van deze nieuwe A.P berekend. De coördinaten van het snijpunt van de verzeilde hoogtelijn *LOP1* en *LOP2*, zijnde de *FIX*, worden verkregen met de bovenstaande formules. Geometrisch gezien komt dit eigenlijk neer op de translatie van de eerste hoogtelijn in de richting (= *Cog*) van de nieuwe A.P over een afstand = *Dog*. De coördinaten van de *FIX* worden opgeslagen als "*laf*" en "*lof*".
De geometrische fout die wordt gemaakt met de intercept methode door de gelijkstelling van de hoogtecirkel met een hoogtelijn geeft geen exacte positie maar eerder een verbeterde positie. Deze fout is des te groter naarmate de afstand tussen de A.P en de ware positie groot is en bij grote sextanthoogtes *ALTs* (grote kromming van de hoogtecirkel). Zij kan evenwel verkleind worden door iteratie, d.i. de gevonden *FIX* als nieuwe A.P inbrengen en de berekening herhalen met de initiële parameters (zie bijlage). Meestal volstaat 1 iteratie.
- *TRAN (Transit)*: dit onderdeel berekent de middagbreedte van onze positie. De input van de gegiste longitude *lonx* resulteert slechts in een ruwe schatting van het tijdstip van transit omdat het berekend is op basis een vast transit tijdstip van de Greenwich meridiaan t.t.z. 12h U.T. Preciezer is om uit te gaan van de werkelijke "[Greenwich meridian transit time](#)" en 4 minuten bij te tellen per graad westerlengte of 4 minuten af te trekken per graad oosterlengte.
"South" en "North" geven de stand aan van de zon t.o.v. de waarnemer, ten zuiden of ten noorden.
De middagbreedte wordt opgeslagen als "*laf*".

Opmerkingen

- *LOP1* en *LOP2* moeten chronologisch worden ingevoerd.

- bij het gebruik van een "bubble" sextant en/of een theodoliet mag geen Dip-correctie worden toegepast. Om het onderscheid te maken met het gebruik van een artificiële horizon (*HoE=0*) en te beletten dat *Ha* gedeeld wordt door 2 stelt men ***HoE=0.0001*** en is de Dip-correctie te verwaarlozen.

ASTRA_TSO.raw : bestaat uit 3 subroutines; *COP1*, *COP2*, en *TRAN*

- *COP1* (*Hoogtecirkel1*): *latx* is de gegiste of gekende latitude van de eerste waarneming en zal in *COP2* gebruikt worden om de verzeiling in lengtegraden ΔL te berekenen. Voor een *stationaire waarneming* (*Dog=0*) is deze waarde irrelevant. Na inbreng van de overige meetwaarden berekent deze routine de parameters die de *Hoogtecirkel1* definiëren i.e. *GHA* (=G1), *Dec* (=D1) en *Ho* (=H1).
- *COP2* (*Hoogtecirkel2*): met *Dog* en *Cog* berekenen we de verzeiling van de eerste hoogtecirkel *COP1*, zijnde $\Delta\varphi$ in latitude en ΔL in longitude. Met de overige ingebrachte meetwaarden berekent deze routine de parameters die de *Hoogtecirkel2* definiëren, i.e. *GHA* (=G2), *Dec* (=D2), *Ho* (=H2), en uiteindelijk onze positie (*FIX*).

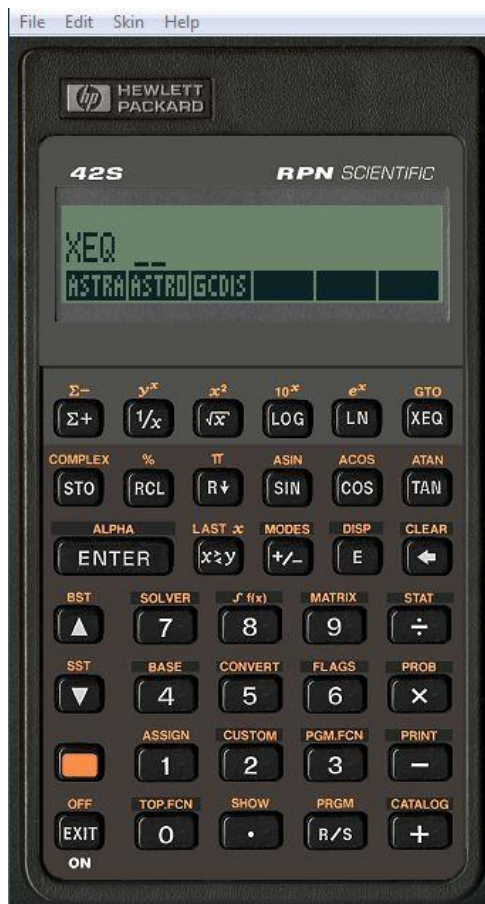
Deze 2 hoogtecirkels hebben op de aardbol normaliter 2 snijpunten. Dit zijn onze 2 mogelijke posities. Bij de berekening van de coördinaten van deze snijpunten krijgt men de keuze tussen het noordelijke snijpunt (*Npos*) en het zuidelijke snijpunt (*Spos*). De coördinaten van de *FIX* worden opgeslagen als "*laf*" en "*lof*". Het algoritme voor de berekening van de snijpunten wordt in detail behandeld in de bijlage.

- *TRAN* (*Transit*): zie *ASTRO_TSO.raw*

Opmerkingen: zie *ASTRO_TSO.raw*

ASTRO versus ASTRA

- Indien men volledig in het ongewisse is over zijn positie kan men onmogelijk rechtstreeks een geschikte A.P invoeren in *ASTRO*. Bij een *stationaire meting* (*Dog=0*) heeft *ASTRA* deze gegevens niet nodig. Met 2 waarnemingen, bij voorkeur met een verschil in azimut tussen 30° en 150° kan rechtstreeks en afgezien van de normale meetfouten een nauwkeurige positie bepaald worden.



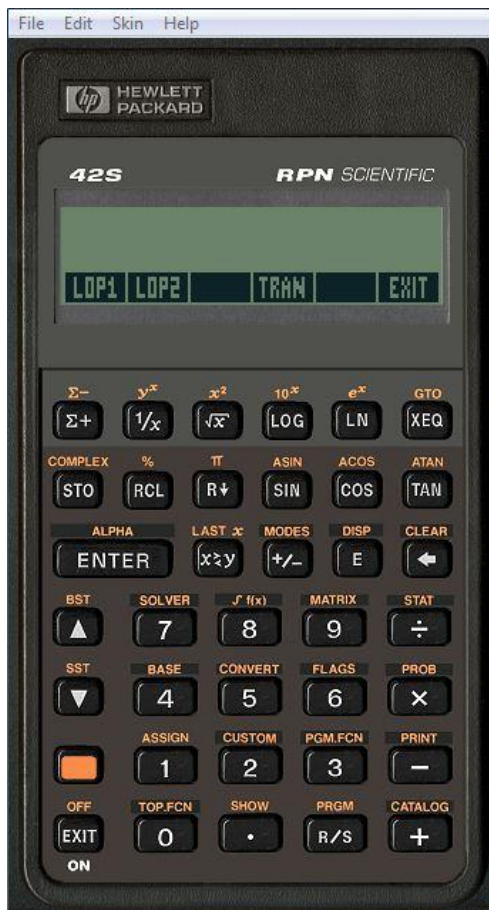
- Het iteratie-proces van het *ASTRA* programma verloopt zeer snel in Free42 maar kan bij de HP-42S, omwille van zijn lage kloksnelheid, onder bepaalde omstandigheden (bv. $H1 \approx H2$) veel tijd in beslag nemen.

- *ASTRA* itereert steeds naar de meest nauwkeurige positie. Bij *ASTRO* kan bij een grote afstand tussen de A.P en de ware positie en/of bij grote sextanthoogtes minstens 1 iteratie nodig zijn met de gevonden *FIX* als nieuwe A.P.

Free42 en HP-42S commando's

- Druk op de toets **XEQ**. In de display verschijnt de lijst van de programma's die werden ingeladen.

- Druk op de toets onder de naam van het gekozen programma en na verschijnen van het label druk op **R/S**. Hierop verschijnt het hoofdmenu in de display, bestaande uit de 3 subroutines en de **EXIT** routine om het programma te sluiten.



- Elke routine wordt gestart met de toets onder zijn naam. De gevraagde data worden ingebracht via het cijferklavier. Let hierbij vooral op de eenheden en het formaat. Bij negatieve getallen toetst men eerst het getal in, gevolgd door \pm . Een foutieve inbreng kan gewist worden met de \leftarrow toets en met **RTN** keert men terug naar het hoofdmenu. Elke input wordt gevolgd door **R/S**.
- Bij een keuzemenu drukt men op de toets onder de gewenste keuze. Als het programma stopt met relevante informatie in de display, druk op **R/S** om verder te gaan.
- Ingebrachte data en berekende waarden worden opgeslagen als variabelen en kunnen opgeroepen worden met **RCL** en de scrolltoetsen \uparrow en \downarrow .
- *GHA*, *Dec*, *lat* en *lon* worden opgeslagen in het formaat [ddd°mm.m']. *AZ1*, *IN1* en *S.D* in [°].
- De resultaten van de waarnemingen kunnen uitgeprint worden. De printfunctie wordt geactiveerd door **PRINT** \uparrow **PON** en uitgeschakeld door **PRINT** \uparrow **POFF**. De print is nagenoeg bij alle operating systems beschikbaar via het File-menu. Bij de iPhone moet het scherm aangeraakt worden net onder de statusbalk.

Bijlage: berekening van de snijpunten van 2 hoogtecirkels

We passen de formules van de nautische driehoek toe op 2 waarnemingen;

$$\sin H1 = \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi) + \cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi) \cdot \cos(G1 + L - \Delta L) \quad (1)$$

$$\sin H2 = \sin D2 \cdot \sin \varphi + \cos D2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos(G2 + L) \quad (2)$$

(1) en (2) zijn de vergelijkingen van 2 hoogtecirkels waarin φ en L de geografische coördinaten zijn van de positie van de waarnemer op het ogenblik van de tweede meting, t.t.z. de *FIX*. $H1$ en $H2$ zijn de ware sextanthoogten (na correcties) en $\Delta\varphi$ en ΔL zijn respectievelijk de verzeiling in breedte- en lengtegraden na de eerste meting.

Het stelsel van 2 vergelijkingen met 2 onbekenden (φ en L) kan analytisch niet opgelost worden maar wel door iteratie. Aan dit proces zijn 2 voorwaarden verbonden:

- de iteratie moet gestart worden in de hoogtecirkel met de kleinste sextanthoogte H , d.w.z. de hoogtecirkel met de grootste straal.
- aangezien voor 1 waarde van φ , 2 waarden van L mogelijk zijn en vice versa moet hier de gepaste keuze gemaakt worden.

Indien $H2 \leq H1$

dan plaatst men in vergelijking (2) de startwaarde voor φ ($= D2$). Dit geeft 2 mogelijke L -waarden: $L = \text{Acos}(\dots) - G2$ en $L = -\text{Acos}(\dots) - G2$. Men kiest de meest oostelijke (=positieve) waarde en vermits Acos steeds positief is, wordt

$$L = \text{Acos} \left(\frac{\sin H2 - \sin D2 \cdot \sin \varphi}{\cos D2 \cdot \cos \varphi} \right) - G2$$

Deze L -waarde plaatst men in (1) en berekent de nieuwe φ -waarde voor (2)

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left(\frac{\sin D1 \pm \sqrt{\sin^2 D1 - \sin^2 H1 + \cos^2 D1 \cdot \cos^2 (G1 + L - \Delta L)}}{\sin H1 + \cos D1 \cdot \cos (G1 + L - \Delta L)} \right) + \Delta \varphi$$

met $+\sqrt{\dots}$ voor het noordelijke snijpunt van de hoogtecirkels en $-\sqrt{\dots}$ voor het zuidelijke snijpunt.

Indien $H2 > H1$

dan plaatst men in vergelijking (1) de startwaarde voor φ ($= D2$). Dit geeft 2 mogelijke L -waarden: $L = \text{Acos}(\dots) - G1 + \Delta L$ en $L = -\text{Acos}(\dots) - G1 + \Delta L$. Men kiest de meest westelijke (=negatieve) waarde en vermits Acos steeds positief is, wordt

$$L = -\text{Acos} \left(\frac{\sin H1 - \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta \varphi)}{\cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta \varphi)} \right) - (G1 - \Delta L)$$

Deze L -waarde plaatst men in (2) en berekent de nieuwe φ -waarde voor (1)

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan} \left(\frac{\sin D2 \pm \sqrt{\sin^2 D2 - \sin^2 H2 + \cos^2 D2 \cdot \cos^2 (G2 + L)}}{\sin H2 + \cos D2 \cdot \cos (G2 + L)} \right)$$

met $+\sqrt{\dots}$ voor het noordelijke snijpunt van de hoogtecirkels en $-\sqrt{\dots}$ voor het zuidelijke snijpunt.

In beide gevallen wordt de waarde van φ berekend door substitutie, aan de hand van de zogenoemde T-formules, met als variabelen respectievelijk $\tan((\varphi - \Delta \varphi)/2)$ en $\tan(\varphi/2)$.

De iteraties worden gestopt als 2 opeenvolgende waarden van φ minder dan 0.001° verschillen.

Bij de gemaakte keuzes in het hierboven beschreven iteratieproces gaat men er impliciet van uit dat de aardse projectie van de zon bij de tweede waarneming ten westen ligt van de aardse projectie van de eerste waarneming.

Bijlage: iteraties in ASTRO

Een "running" fix is minder nauwkeurig dan een stationaire fix. De *Cog* en *Dog* kunnen immers enkel geschat worden omdat de effecten van stroming en drift in de meeste gevallen niet exact gekend zijn. Bij een stationaire meting ($Dog=0$) kan men de gevonden positie verfijnen door de *FIX* als nieuwe A.P in te brengen met de volgende toets-sequentie vanuit het hoofdmenu:

LOP1 **RCL** **LAF** **R/S** **RCL** **LOF** **R/S** en de berekening te herhalen met de initiële input parameters.

Interessante websites

<http://thomasokken.com/free42/>

<https://www.celnav.de/page2.htm>

<http://www.teacupnavigation.net/CN.html>

<http://www.backbearing.com/almanac.html>

<http://www.siranah.de>

Lijst van gebruikte vergelijkingen in de tekst

$$\sin H1 = \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi) + \cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi) \cdot \cos(G1 + L - \Delta L)$$

$$\sin H2 = \sin D2 \cdot \sin \varphi + \cos D2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos(G2 + L)$$

$$L = A\cos\left(\frac{\sin H2 - \sin D2 \cdot \sin \varphi}{\cos D2 \cdot \cos \varphi}\right) - G2$$

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan}\left(\frac{\sin D1 \pm \sqrt{\sin^2 D1 - \sin^2 H1 + \cos^2 D1 \cdot \cos^2(G1 + L - \Delta L)}}{\sin H1 + \cos D1 \cdot \cos(G1 + L - \Delta L)}\right) + \Delta\varphi$$

$$L = -A\cos\left(\frac{\sin H1 - \sin D1 \cdot \sin(\varphi - \Delta\varphi)}{\cos D1 \cdot \cos(\varphi - \Delta\varphi)}\right) - (G1 - \Delta L)$$

$$\varphi = 2 \cdot \text{Atan}\left(\frac{\sin D2 \pm \sqrt{\sin^2 D2 - \sin^2 H2 + \cos^2 D2 \cdot \cos^2(G2 + L)}}{\sin H2 + \cos D2 \cdot \cos(G2 + L)}\right)$$

$$\Delta\varphi[^\circ] = \text{Dog}[nm] \cdot \frac{\cos \text{Cog}}{60}$$

$$\Delta L[^\circ] = \frac{\text{Dog}[nm] \cdot \sin \text{Cog}}{\cos \text{lat}_M \cdot 60}$$

$$\text{lat}_M = \text{lat}_x + \Delta\varphi/2$$

$$\text{lat}_f = \frac{IN2 \cdot \sin AZ1 - IN1 \cdot \sin AZ2}{\sin(AZ1 - AZ2)} + \text{lat}_x$$

$$\text{lon}_f = \frac{IN1 \cdot \cos AZ2 - IN2 \cdot \cos AZ1}{\sin(AZ1 - AZ2) \cdot \cos \text{lat}_x} + \text{lon}_x$$

$$\text{Lon} = \pm A\cos\left(\frac{\sin Ho - \sin Dec \cdot \sin Lat}{\cos Dec \cdot \cos Lat}\right) - GHA$$

$$\text{Dip}['] \approx 1.76 \cdot \sqrt{\text{HoE}[m]}$$

$$\text{Refractie}['] = \frac{1}{\tan\left(\text{Ha}[^\circ] + \frac{7.31}{\text{Ha}[^\circ] + 4.4}\right)}$$

$$S.D[^\circ] = \frac{0.267}{1 - 0.017 \cdot \cos AM}$$

ASTRONAVIGATIE - ZON HP 42S

001	LBL "ASTRO"	047	RCL Cog	098	LBL c	142	X	
		048	SIN			143	STO 15	=MO
002	DEG	049	RCLx Dog	099	RCL 01	144	RCL IND ST x	
003	CF 02	050	RCL 18	100	90	145	STO+ 00	
004	CF 03	051	RCL 23	101	RCL- 08	146	FIX 00	
005	CF 29	052	2	102	"SOUTH"	147	INPUT Year	
006	".....□.ASTRO.□"	053	÷	103	KEY 1 GTO 14	148	4	
007	└"If.....zon"	054	+	104	"NORTH"	149	÷	
008	AVIEW	055	COS	105	KEY 4 GTO 13	150	FP	
009	STOP	056	÷	106	CLA	151	STO 02	=AA
		057	60	107	PROMPT	152	X=0?	
010	LBL 00	058	÷	108	GTO c	153	XEQ a	
		059	RCL 17			154	FIX 04	
011	"LOP1"	060	+	109	LBL 13	155	INPUT U.T	
012	KEY 1 XEQ A	061	XEQ 09			156	>HR	
013	"LOP2"	062	STO lon*	110	±	157	24	
014	KEY 2 XEQ B	063	XEQ 02			158	÷	
015	"TRAN"	064	FC? 01	111	LBL 14	159	STO+ 00	=J2
016	KEY 4 XEQ C	065	RTN			160	FIX 03	
017	"EXIT"	066	XEQ D	112	+	161	INPUT ALTs	
018	KEY 6 GTO J	067	XEQ 03	113	XEQ 09	162	FIX 00	
019	CLA	068	SF 02	114	STO laf	163	INPUT Corr	
020	AVIEW	069	XEQ D	115	SF 02	164	INPUT Limb	
021	MENU	070	PRA	116	SF 03	165	RCL Year	
022	STOP	071	PROMPT	117	XEQ D	166	2000	
023	GTO 00	072	RTN	118	CF 03	167	-	
				119	PRA	168	365.25	
024	LBL A	073	LBL C	120	PROMPT	169	X	
				121	RTN	170	0.5	
025	XEQ 01	074	XEQ 10			171	+	
026	FC? 01	075	FIX 03	122	LBL 01	172	RCL- 02	
027	RTN	076	INPUT lon*			173	365250	
028	STO IN1 (°)	077	XEQ 08	123	XEQ 10	174	÷	
029	RCL 04	078	15	124	FIX 03	175	STO 14	
030	STO AZ1 (°)	079	÷	125	INPUT lat*	176	RCL 00	
031	XEQ D	080	12	126	XEQ 08	177	LAST X	
032	RTN	081	X<>Y	127	STO 18	178	÷	
		082	-	128	INPUT lon*	179	+	
033	LBL B	083	>HMS	129	XEQ 08	180	STO 01	=T
		084	"Transit.."	130	STO 17	181	RAD	
034	XEQ 10	085	PRA			182	6283.01961	
035	FIX 01	086	└".~."	131	LBL 02	183	X	
036	INPUT Dog	087	AIP			184	0.043179665	
037	INPUT Cog	088	└":."	132	FIX 02	185	-	
038	COS	089	FP	133	INPUT le	186	STO 02	=AM
039	RCLx Dog	090	100	134	INPUT HoE	187	XEQ 20	
040	60	091	X	135	XEQ I	188	0.033417	
041	÷	092	AIP	136	INPUT Da.Mo	189	RCL 02	
042	STO 23	093	└".U.T"	137	IP	190	SIN	
043	RCL 18	094	PROMPT	138	STO 00	191	X	=JO
044	+	095	XEQ 02	139	LAST X	192	RCL+ 02	
045	XEQ 09	096	FC? 01	140	FP	193	RCL 02	
046	STO lat*	097	RTN	141	100	194	2	

195	X		251	XEQ 08		307	÷		354	LBL b
196	SIN		252	STO 05		308	+			
197	0.0003489		253	+		309	RCL HoE		355	PI
198	X		254	STO 02	=LHA	310	X=0?	Artif. Hor	356	STO+ 02
199	+		255	RCL lat*		311	GTO 16		357	RTN
200	RCL 01		256	XEQ 08		312	SQRT			
201	0.300052641		257	STO 06		313	0.0293	=Dip	358	LBL 03 =FIX
202	X		258	COS		314	X			
203	4.938242632		259	RCL 01		315	-		359	"If.....*.FIX**"
204	+		260	SIN					360	AVIEW
205	+		261	X		316	LBL 15		361	RCL AZ1
206	STO 03		262	RCL 06					362	SIN
207	SIN		263	SIN		317	STO 03		363	RCLx 03
208	0.397777		264	RCL 01		318	4.4	=Refrac	364	RCL 04
209	X		265	COS		319	+		365	SIN
210	ASIN		266	X		320	7.31		366	RCLx IN1
211	>DEG		267	RCL 02		321	X<>Y		367	-
212	STO 01	=DEC	268	COS		322	÷		368	RCL AZ1
213	XEQ 09		269	X		323	RCL+ 03		369	RCL- 04
214	STO DEC		270	-		324	TAN		370	SIN
215	RCL 03		271	RCL 01		325	1/X		371	STO 07
216	TAN		272	COS		326	60		372	÷
217	0.917482		273	±		327	÷		373	RCL+ 06
218	X		274	RCL 02		328	RCL 03		374	XEQ 09
219	ATAN		275	SIN		329	X<>Y		375	STO laf
220	STO 02		276	X		330	-		376	RCL 04
221	RCL 03		277	X<>Y		331	RCL Limb		377	COS
222	COS		278	>POL McMillan 159		332	RCL S.D		378	RCLx IN1
223	X<0?		279	X<>Y		333	x		379	RCL AZ1
224	XEQ b		280	X<0?		334	-		380	COS
225	RCL 00		281	XEQ 12		335	STO 08	=Ho	381	RCLx 03
226	360.98564735		282	STO 04	=AZ	336	RCL- 02		382	-
227	X		283	RCL 01		337	STO 03	=INT	383	RCL: 07
228	RCL 14		284	SIN		338	RTN		384	RCL 06
229	360007.7		285	RCL 06					385	COS
230	X		286	SIN		339	LBL 16		386	÷
231	100.465		287	X					387	RCL+ 05
232	+		288	RCL 01		340	R↓		388	ABS
233	360		289	COS		341	2		389	180
234	MOD	=TSO	290	RCL 02		342	÷		390	X<Y?
235	+		291	COS		343	GTO 15		391	GTO 11
236	360		292	X					392	LAST X
237	÷		293	RCL 06		344	LBL a			
238	FP		294	COS					393	LBL 04
239	PI		295	X		345	1			
240	X		296	+		346	STO 02		394	XEQ 09
241	2		297	ASIN		347	RCL 15		395	STO lof
242	X		298	STO 02	=Hc	348	2		396	RTN
243	RCL- 02		299	RCL ALTs		349	X>=Y?			
244	>DEG	=GHA	300	XEQ 08		350	RTN		397	LBL D
245	ENTER		301	RCL le		351	1			
246	XEQ 09		302	60		352	STO+ 00		398	CLMENU
247	STO GHA		303	÷		353	RTN		399	CLA
248	R↓		304	-					400	RCL Da.Mo
249	DEG		305	RCL Corr					401	AIP
250	RCL Ion*		306	3600					402	┌ "/"

403	FP	446	LBL e	484	LBL 09 =>dd.mm.m	519	30	
404	100					520	STO 02	
405	X	447	FS? 03	485	IP	521	58	
406	AIP	448	RTN	486	LAST X	522	STO 03	
407	└"/"	449	RCL Iof	487	FP	523	89	
408	FIX 00	450	ENTER	488	3	524	STO 04	
409	ARCL Year	451	XEQ 07	489	X	525	119	
410	└".□."	452	R↓	490	5	526	STO 05	
411	RCL U.T	453	X<0?	491	÷	527	150	
412	AIP	454	GTO 06	492	+	528	STO 06	
413	└"."	455	└"E"	493	RTN	529	180	
414	FP	456	RTN			530	STO 07	
415	100			494	LBL 10	531	211	
416	X	457	LBL 05			532	STO 08	
417	AIP			495	CLMENU	533	242	
418	└"."	458	└"S."	496	SF 01	534	STO 09	
419	FP	459	GTO e	497	"RTN"	535	272	
420	100			498	KEY 6 GTO H	536	STO 10	
421	X	460	LBL 06	499	MENU	537	303	
422	AIP			500	RTN	538	STO 11	
423	FS? 02	461	└"W"			539	333	
424	GTO d	462	RTN	501	LBL 11	540	STO 12	
425	└"fAZ."					541	RTN	
426	ARCL 04	463	LBL 07	502	LAST X			
427	└"°.INT:."			503	ENTER	542	LBL 20	=>S.D
428	RCL 03	464	ABS	504	SIGN			
429	60	465	AIP	505	360	543	COS	
430	X	466	└"°"	506	X	544	0.017	
431	FIX 01	467	FP	507	-	545	X	
432	ARCL STx	468	100	508	GTO 04	546	1	
433	PRA	469	X			547	X<>Y	
434	PROMPT	470	FIX 01	509	LBL 12	548	-	
435	RTN	471	RND			549	0.267	
		472	ARCL ST x	510	360	550	X<>Y	
436	LBL d	473	RTN	511	+	551	÷	
				512	RTN	552	STO S.D	
437	CF 02	474	LBL 08	=>d.ddd		553	RTN	
438	└"f"			513	LBL H			
439	RCL Iaf	475	IP			554	LBL J	
440	ENTER	476	LAST X	514	CF 01			
441	XEQ 07	477	FP	515	RTN	555	CLMENU	
442	R↓	478	5			556	EXITALL	
443	X<0?	479	X	516	LBL I	557	CLST	
444	GTO 05	480	3			558	DEG	
445	└"N."	481	÷	517	-1	559	FIX 04	
		482	+	518	STO 01	560	END	
		483	RTN					

Berekenen van een "FIX" met 2 HOOGTELIJNEN (met sextant of theodoliet) met calculator HP 42S en/of App FREE42

lat*, lon* = + (N en E)	HP 42S 1347 bytes
- (S en W)	App Free42 1344 bytes
HoE = meter	Artificiële Horizon HoE=0
Limb	lower= -1 centre= 0 upper= 1
Format lat*, lon*, ALTs	= xxx.xx x [ddd°.mm.m']
Format U.T	= xx.xx xx [h . min sec]
Format Da.Mo	= xx.xx [Dag . Maand]
Dog	= xxx.x [zeemijl]
Cog	= xxx.x [°]
Index error le	= - OFF the arc + ON the arc
Format le	= x.xx [minuten]
Format Corr	= xx [sec]

ASTRONAVIGATIE - ZON HP 42S

001	LBL "ASTRA"	047	RCLx Dog	096	AIP	139	INPUT le	
		048	RCL 19	097	└ ":"	140	INPUT HoE	
002	DEG	049	RCL 23	098	FP	141	XEQ I	
003	CF 02	050	2	099	100	142	INPUT Da.Mo	
004	CF 03	051	÷	100	x	143	IP	
005	CF 29	052	+	101	AIP	144	STO 00	=JO
006	".....□.ASTRA.□"	053	COS =Mean Lat	102	└ ".U.T"	145	LAST X	
007	└ "If.....zon"	054	÷	103	PROMPT	146	FP	
008	AVIEW	055	60	104	XEQ 12	147	100	
009	STOP	056	÷	105	FC? 01	148	x	
		057	STO 24 =ΔL	106	RTN	149	STO 15 =MO	
010	LBL 00	058	XEQ 12			150	RCL IND ST x	
		059	FC? 01	107	LBL c	151	STO+ 00	
011	"COP1"	060	RTN			152	FIX 00	
012	KEY 1 XEQ A	061	STO 02 =SIN H2	108	RCL 01	153	INPUT Year	
013	"COP2"	062	XEQ 02	109	90	154	4	
014	KEY 2 XEQ B	063	FC? 01	110	RCL- 08	155	÷	
015	"TRAN"	064	RTN	111	"SOUTH"	156	FP	
016	KEY 4 XEQ C	065	RCL 11	112	KEY 1 GTO 16	157	STO 02 =AA	
017	"EXIT"	066	XEQ 09	113	"NORTH"	158	X=0?	
018	KEY 6 GTO J	067	STO laf	114	KEY 4 GTO 15	159	XEQ 13	
019	CLA	068	RCL 10	115	CLA	160	FIX 04	
020	AVIEW	069	ABS	116	PROMPT	161	INPUT U.T	
021	MENU	070	180	117	GTO c	162	>HR	
022	STOP	071	X<Y?			163	24	
023	GTO 00	072	GTO 11	118	LBL 15	164	÷	
		073	LAST X			165	STO+ 00 =J2	
024	LBL A			119	±	166	FIX 03	
		074	LBL b			167	INPUT ALTs	
025	XEQ 01			120	LBL 16	168	RCL Year	
026	FC? 01	075	XEQ 09			169	2000	
027	RTN	076	STO lof	121	+	170	-	
028	STO 20 =SIN H1	077	SF 02	122	XEQ 09	171	365.25	
029	RCL 00	078	XEQ D	123	STO laf	172	x	
030	STO 21 =GHA1	079	PRA	124	SF 02	173	0.5	
031	RCL 01	080	PROMPT	125	SF 03	174	+	
032	STO 22 =DEC1	081	RTN	126	XEQ D	175	RCL- 02	
033	XEQ D			127	CF 03	176	365250	
034	RTN	082	LBL C =Transit	128	PRA	177	÷	
				129	PROMPT	178	STO 14	
035	LBL B	083	XEQ 10	130	RTN	179	RCL 00	
		084	FIX 03			180	LAST X	
036	XEQ 10	085	INPUT Ion*	131	LBL 01	181	÷	
037	FIX 01	086	XEQ 08			182	+	
038	INPUT Dog	087	15	132	XEQ 10	183	STO 01 =T	
039	INPUT Cog	088	÷	133	FIX 03	184	RAD	
040	COS	089	12	134	INPUT lat* =DRP	185	6283.01961	
041	RCLx Dog	090	X<>Y	135	XEQ 08	186	x	
042	60	091	-	136	STO 19	187	0.043179665	
043	÷	092	>HMS			188	-	
044	STO 23 =Δφ	093	"Transit.."	137	LBL 12	189	STO 02 =AM	
045	RCL Cog	094	PRA			190	XEQ 20	
046	SIN	095	└ ".~."	138	FIX 02	191	0.033417	

192	RCL 02		248	STO 00	=GHA	300	RTN		346	GTO 04	
193	SIN		249	XEQ 09		301	1				
194	X		250	STO GHA		302	STO+ 00		347	LBL 03	
195	RCL+ 02		251	DEG		303	RTN				
196	RCL 02		252	FIX 00					348	RCL 02	=SIN H2
197	2		253	INPUT Corr		304	LBL 14		349	RCL 06	=SIN D2
198	X		254	INPUT Limb					350	RCL 05	
199	SIN		255	RCL ALTs		305	PI		351	SIN	
200	0.0003489		256	XEQ 08		306	STO+ 02		352	X	
201	X		257	RCL le		307	RTN		353	-	
202	+		258	60	=le				354	RCL÷ 07	
203	RCL 01		259	÷		308	LBL 18		355	RCL 05	
204	0.300052641		260	-					356	COS	
205	X		261	RCL Corr		309	R↓		357	÷	
206	4.938242632		262	3600		310	2		358	ACOS	
207	+		263	÷		311	÷		359	RCL- 00	
208	+		264	+		312	GTO 17		360	CPX?	
209	STO 03		265	RCL HoE					361	GTO 04	
210	SIN		266	X=0?	Artif.Hor	313	LBL 02		362	STO 10	=L
211	0.397777		267	GTO 18					363	RCL+ 04	
212	X		268	SQRT		314	CF 04		364	COS	
213	ASIN		269	0.0293		315	"Npos"		365	RCLx 09	
214	>DEG		270	X	=Dip	316	KEY 1 GTO 22		366	STO 12	
215	STO 01	=DEC	271	-		317	"Spos"		367	X↑2	
216	XEQ 09					318	KEY 4 GTO 21		368	RCL 20	
217	STO DEC		272	LBL 17		319	CLA		369	X↑2	
218	RCL 03					320	PROMPT		370	-	
219	TAN		273	STO 03		321	GTO 02		371	RCL 08	
220	0.917482		274	4.4	=Refract				372	X↑2	
221	X		275	+		322	LBL 21		373	+	
222	ATAN		276	7.31					374	X<0?	
223	STO 02		277	X<>Y		323	SF 04		375	GTO 04	
224	RCL 03		278	÷					376	SQRT	
225	COS		279	RCL+ 03		324	LBL 22		377	FS? 04	
226	X<0?		280	TAN					378	±	
227	XEQ 14		281	1/X		325	".....*.FIX*"		379	RCL+ 08	
228	RCL 00		282	60		326	AVIEW		380	RCL 20	
229	360.98564735		283	÷		327	RCL 01		381	RCL+ 12	
230	X		284	RCL 03		328	STO 05	=STARTφ	382	÷	
231	RCL 14		285	X<>Y		329	SIN		383	ATAN	
232	360007.7		286	-		330	STO 06		384	2	
233	X		287	RCL Limb		331	LAST X		385	X	
234	100.465		288	RCL S.D		332	COS		386	RCL+ 23	
235	+		289	X		333	STO 07	=COS D2	387	STO 11	=φ
236	360		290	-		334	RCL 21	=G1	388	RCL- 05	
237	MOD	=TSO	291	STO 08	=Ho	335	RCL- 24		389	ABS	
238	+		292	SIN		336	STO 04	=G1- ΔL	390	0.001	
239	360		293	RTN		337	RCL 22		391	X>=Y?	
240	÷					338	SIN		392	RTN	
241	FP		294	LBL 13		339	STO 08	=SIN D1	393	RCL11	
242	PI					340	LAST X		394	STO 05	
243	X		295	1		341	COS		395	GTO 03	
244	2		296	STO 02		342	STO 09	=COS D1			
245	X		297	RCL 15		343	RCL 02		396	LBL 04	
246	RCL- 02		298	2		344	RCL 20				
247	>DEG		299	X>=Y?		345	X<Y?		397	RCL 20	=SIN H1

595 LBL J
 596 CLMENU
 597 EXTALL
 598 CLST
 599 DEG
 600 FIX 04
 601 END

Berekenen van een "FIX" met 2 **HOOGTECIRKELS** (met sextant of theodoliet) met calculator HP 42S en/of App FREE42

lat*, lon* = + (N en E) - (S en W)	HP 42S 1386 bytes App Free42 1381 bytes
HoE = meter	Artificiële Horizon HoE=0
Limb	lower= -1 centre= 0 upper= 1
Format lat*, lon*, ALTs	= xxx.xx x [ddd°.mm.m']
Format U.T	= xx.xx xx [h . min sec]
Format Da.Mo	= xx.xx [Dag . Maand]
Dog	= xxx.x [zeemijl]
Cog	= xxx.x [°]
Index error le	= - OFF the arc + ON the arc
Format le	= x.xx [minuten]
Format Corr	= xx [sec]

